

一 2020 函

¹ 伟²

(1 二中 351131 2 修 351100)

本文系 2020 年福建省电化教育馆课题《基于动态数学技术环境高中实验教学的实践研究》(课题编号闽教电馆 KT2042) 研究成果.

1

(2020 全 I 卷 21) 函 = - + .

(1) = , = () (, ()) 切 与两 三

;

(2) () ≥ , 取值 .

以 与 合 初 函 为 体, 了利 切 、 参 不
 , 了 力, 函 与 ,
 养, 体 合 、 . , 不同
 及 优劣 了 功 .

2

(1) 为 = - + , 以 ' = --, 则 = ' = - .

又 = + , 以切 为(+),

则函 () (, ()) 切 为 - - = - - , 即 =(-) + ,

以切 与 交 分别为 $\frac{-}{-}$,

三 为 $-x \times \frac{-}{-} \frac{-}{-}$.

(2) 1 为 = - - + , 以 ' = - --,

= ' , 则 ' = - + -- > , > ,

以 () 区 (+∞) 单 , 即 ' 区 +∞ 单 ,

= , ' = , 以 () = () = , 则 () ≥ .

$x > 0$, $\ln x < x - 1$, 以 $x < 1$, 则 $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 < 0$,

$x > 1$, 使 $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = 0$, 且 $x \in (1, +\infty)$ 时 $f'(x) < 0$,

$x \in (-\infty, 0)$ 时 $f'(x) > 0$, $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$, $f'(x) = 0$ 时 $x = -1$,

$$f(x) = \ln|x| - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} > 0$$

即 $f(x) > 0$ 则 $f(x) \geq 0$;

$x < 0$, $\ln|x| = \ln(-x) < -x - 1$ 以 $x < -1$ 时 $f'(x) \geq 0$.

上, $f(x)$ 取值 $[-\frac{1}{2}, +\infty)$.

1. $f(x) \geq 0$ 化为 $f(x) \geq 0$, 利用函数 $f(x)$ 单

, 先求函数 $f(x)$ 在 $[-\infty, +\infty)$ 上的单调性, 分为 $x < -1$ 与 $-1 < x < 0$ 两种情况,

$x > 0$, 可 $f'(x) < 0$, 从 $f'(x) = 0$ 时 $x = -1$, 使 $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = 0$,

到 $f(x) = 0$, 再利用 $f(x) \geq 0$ 在 $[-\infty, +\infty)$ 上取值.

为 $f(x)$ 的极值, 函数 $f(x)$ 的极值.

2. $f(x) = \ln|x| - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 = \ln|x| - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 \geq 0$ 等价于

$$\ln|x| + \frac{1}{2}x^2 \geq \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x^2.$$

令 $g(x) = \ln|x| + \frac{1}{2}x^2$, 上不等式等价于 $g(x) \geq 0$,

$g(x)$ 在 $[-\infty, +\infty)$ 上, 以上可化为 $g(x) \geq 0$, 即 $g(x) \geq \ln|x| + \frac{1}{2}x^2$,

令 $g(x) = \ln|x| + \frac{1}{2}x^2$, 则 $g'(x) = \frac{1}{x} + x = \frac{1+x^2}{x}$,

$x \in (-\infty, 0)$ 时 $g'(x) > 0$, $g(x)$ 单增; $x \in (0, +\infty)$ 时 $g'(x) < 0$, $g(x)$ 单

减, 以 $g(x) = g(1) = 0$, 则 $g(x) \geq 0$, 即 $g(x) \geq 0$, 以 $f(x)$ 取值 $[-\frac{1}{2}, +\infty)$.

2 利 同 . 具体 先发 $- = + -$, $() \geq$ 价
 为 $+ - + + - \geq + = +$, 函 $() = +$, 则 同,
 一 价 化为 $\geq - +$, 令 $() = - +$, 利 $()$,
 不 义 到关于 不, 取值 .
 同 函 函 . 同 一个 函, 即 函,
 为, 个 函 为、单, 函: $=$,
 $= -$, $= -$, $= +$, $=$, $= -$.

3 令 $() = +$, $()$ 区 $(, +\infty)$ 单, 且 $() =$.
 $() \geq$, 令 $= () \geq$, 即 $+ \geq$, 则 $() \geq () \Leftrightarrow \geq$.
 下 \geq , $() \geq$. $\geq + (\in)$, 则 $- \geq (>)$.
 \geq , $() \geq - - \geq + (-) - \geq 1$.

上, 取值 为 $[, +\infty)$.

3 利 取, 取 值 =, 使 化,
 后先 后, 后再 其严 .
 一, 决, 件, 取 值, 值
 取可 函, 取一些 值, 取 值 使 化为
 , 三 取 ^[1].

3 变

(2020 • 21) 函 $() = -- ()$.

(1) $()$ 值;

(2) $+ + (-) + \leq$, 取值 .

: (1) $>$, $()$ 值为 $() = -$, 值; $<$, $()$
 值为 $() = - (-)$, 值. $()$

(2) 为 $+ + (-) + \leq$, 又 为 $- - <$,

以 $\leq \frac{+(-)}{-}$, (1), $\leq -$, 且仅 = 号 .

以 $\frac{+(-)}{- -} \geq \frac{(-)+(-)}{- -} = \frac{-}{+}$, 且仅 = 号 .

令 $H(x) = \frac{-}{+}$, $x \in (+\infty)$, 则 $H'(x) = \frac{(-)[(-) +]}{(+)}$,

令 $K(x) = (-) +$,

则 $K'(x) = +$, 以 $K(x)$ $(+\infty)$ 单, 以 $K(x) > K(x) =$,

以 $< <$, $H'(x) <$, $>$, $H'(x) >$,

以 $H(x)$ $(-)$ 单 减, $(+\infty)$ 单, 以 $H(x) = H(x) \frac{-}{+}$,

上 =, $= \frac{+(-)}{- -}$ 取 值 $\frac{-}{+}$,

以 取值 为 $\left[\frac{-}{+} \right]$.

4

合 函 不, 三 : 一 分 向
 于 值 函 化; 二 利 函 函 之一, 再 ; 三
 . 于具体, 可 函 具体分, 合 .
 “习 、 、 , 到 也 、 .”
 中, , 关 与内, 关 变 与 ,
 “做一 , 一 , 一”, 从 养 , 升 养^[2].

参 :

[1] . 件 ——从一 2019 函 [J].

中 与 , 2019(11):16-18.

[2] 凝. 化 [J]. 中 参 (下),

2019(8):55-56.